# Золотое сечение

1,6180339887 4989484820 4586834365 6381177203 0917980576 2862135448 6227052604 6281890244 9707207204 1893911374 8475408807 5386891752 1266338622 2353693179 3180060766 7263544333 8908659593 9582905638 3226613199 2829026788 0675208766 8925017116 9620703222 1043216269 5486262963 1361443814 9758701220 3408058879 5445474924 6185695364 8644492410 4432077134 4947049565 8467885098 7433944221 2544877066 4780915884 6074998871 2400765217 0575179788 3416625624 9407589069 7040002812 1042762177 1117778053 1531714101 1704666599 1466979873 1761356006 7087480710 1317952368 9427521948 4353056783 0022878569 9782977834 7845878228 9110976250 0302696156 1700250464 3382437764 8610283831 2683303724 2926752631 1653392473 1671112115 8818638513 3162038400 5222165791 2866752946 5490681131 7159934323 5973494985 0904094762 1322298101 7261070596 1164562990 9816290555 2085247903 5240602017 2799747175 3427775927 7862561943 2082750513 1218156285 5122248093 9471234145 1702237358 0577278616 0086883829 5230459264 7878017889 9219902707 7690389532 1968198615 1437803149 9741106926 0886742962 2675756052 3172777520 3536139362

Первые 1000 знаков значения φ, рассчитанные компьютером в 1996 году[1].

**Золотое сечение** (**золотая пропорция**, **деление в крайнем и среднем отношении**, **гармоническое деление**) — соотношение двух величин a и b, a < b, когда справедливо a/b = b/(a+b). Число, равное отношению b/a, обычно обозначается греческой буквой $\varphi$ , реже - греческой буквой $\tau$ . Из исходного равенства нетрудно получить, что число

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Обратное число

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

Отсюда следует, что

$$\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1$$

Для практических целей ограничиваются приблизительным значением $\varphi$ = 1,618 или $\varphi$ = 1,62. В процентном округлённом значении золотое сечение — это деление какой-либо величины в отношении 62% и 38%.

Исторически изначально золотым сечением именовалось деление отрезка AB точкой C на две части (меньший отрезок AC и больший отрезок CB), чтобы для длин отрезков было верно AC/CB = CB/AB. Позже это было распространено на произвольные величины.

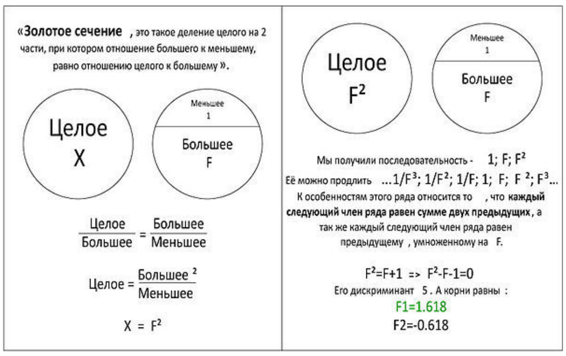



*Иллюстрация к определению.*

Число $\varphi$ называется также **золотым числом**.

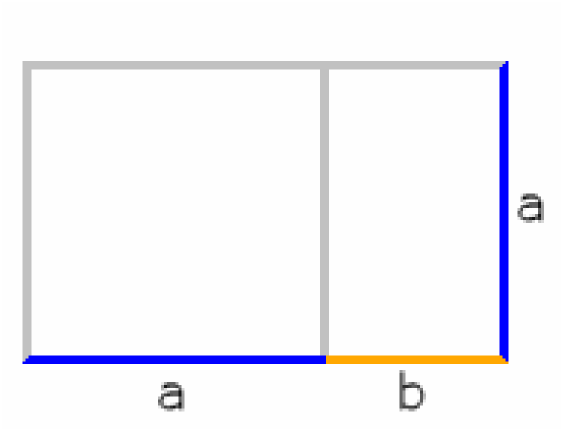
В дошедшей до нас античной литературе деление отрезка в крайнем и среднем отношении (ἄκρος καὶ μέσος λόγος) впервые встречается в «Началах» Евклида (ок. 300 лет до н. э.), где оно применяется для построения правильного пятиугольника.

Лука Пачоли, современник и друг Леонардо да Винчи, называл это отношение «божественной пропорцией». Термин «золотое сечение» (нем. *goldener schnitt*) был введён в обиход Мартином Омом в 1835 году.

Золотое сечение имеет множество замечательных свойств, но кроме того ему приписывают и многие вымышленные свойства[2][3][4].

## 1. Математические свойства

- $\varphi$ — иррациональное алгебраическое число, положительное решение квадратного уравнения $x^2 - x - 1 = 0$ , откуда, в частности, следуют соотношения:



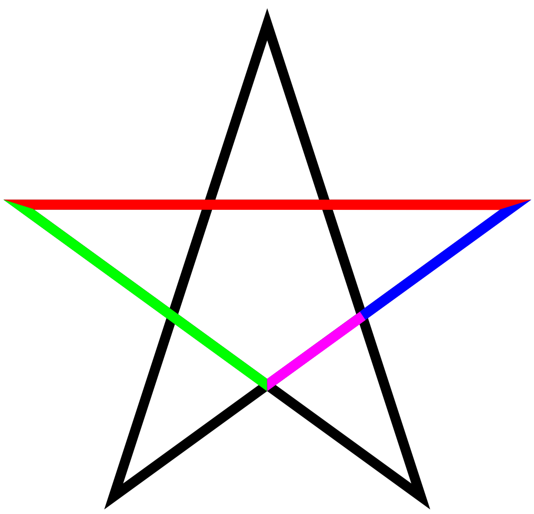

*Отрезав квадрат от прямоугольника, построенного по принципу золотого сечения, мы получаем новый, уменьшенный прямоугольник с тем же отношением сторон a/b=(a+b)/a*

$$\varphi^2 - \varphi = 1,$$
$$\varphi \cdot (\varphi - 1) = 1,$$

- $\varphi$ — представляется через тригонометрические функции:

$$\varphi = 2\cos\frac{\pi}{5} = 2\cos 36^\circ.$$

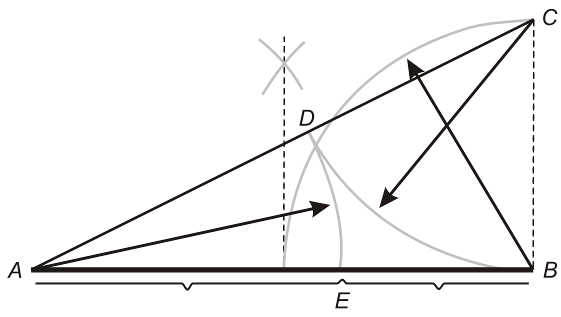
$$\varphi = 2\sin(3\pi/10) = 2\sin 54^\circ.$$



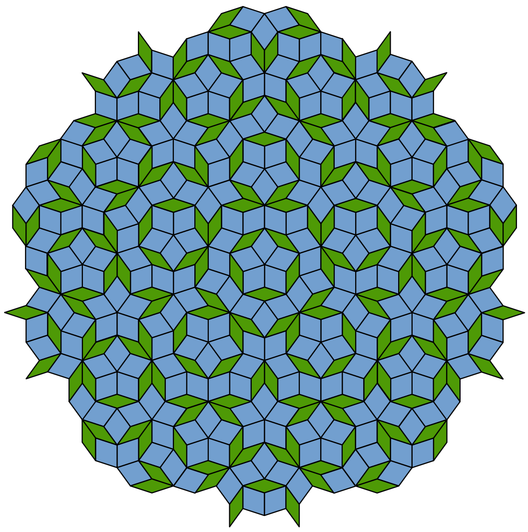
*Золотое сечение в пятиконечной звезде*

- $\varphi$ представляется в виде бесконечной цепочки квадратных корней:

$$\varphi = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\ldots}}}}.$$




*Построение золотого сечения*



*Мозаика Пенроуза*

- $\varphi$ представляется в виде бесконечной цепной дроби

$$\varphi = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + \ldots}}},$$

подходящими дробями которой служат отношения последовательных чисел Фибоначчи $\frac{F_{n+1}}{F_n}$. Таким образом,

- 

$$\varphi = \lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}.$$

- Мера иррациональности $\varphi$ равна 2.

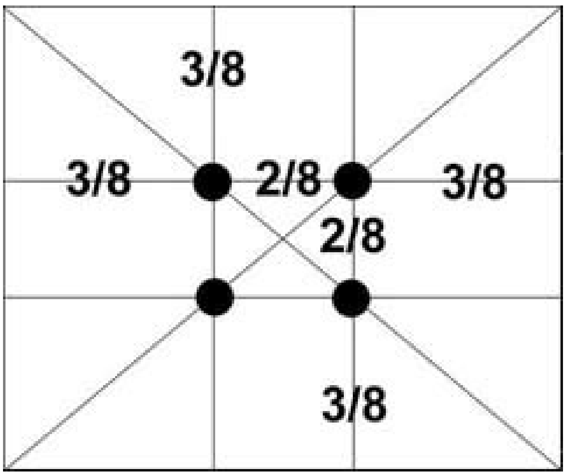
- В правильной пятиконечной звезде каждый отрезок делится пересекающим его отрезком в золотом сечении (на приведённом рисунке отношения красного отрезка к зелёному, зелёного к синему и синего к пурпурному равны $\varphi$ . Кроме того, отношение красного отрезка к расстоянию между соседними вершинами звезды (которое равно зелёному отрезку), также равно $\varphi$ ).

- **Геометрическое построение.** Золотое сечение отрезка $AB$ можно построить следующим образом: в точке $B$ восстанавливают перпендикуляр к $AB$ , откладывают на нём отрезок $BC$ , равный половине $AB$ , на отрезке $AC$ откладывают отрезок $CD$ , равный $BC$ , и наконец, на отрезке $AB$ откладывают отрезок $AE$ , равный $AD$ . Тогда

$$\varphi = \frac{|AB|}{|AE|} = \frac{|AE|}{|EB|}.$$

- Отношение диагонали правильного пятиугольника к стороне равно золотому сечению.
- При делении пополам угла между диагональю и меньшей стороной прямоугольника с отношением сторон 1:2 получаем число 1/φ = tg1/2=arctg2.
- Значения дроби после запятой для $\varphi$ , $\frac{1}{\varphi}$ и $\varphi^2$ в любой системе исчисления будут равны.[5]

# 2. Золотое сечение и гармония в искусстве




*Золотое сечение и зрительные центры*

Под «правилом золотого сечения» в архитектуре и искусстве обычно понимаются композиции, содержащие пропорции, близкие к золотому сечению.

Некоторые из утверждений в доказательство гипотезы знания древними правила золотого сечения:

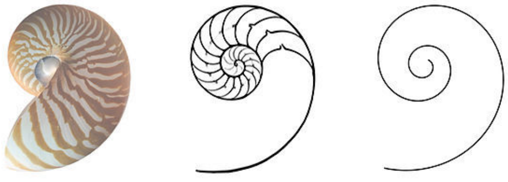
- Пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого сечения при их создании.
- Согласно Ле Корбюзье, в рельефе из храма фараона Сети I в Абидосе и в рельефе, изображающем фараона Рамзеса, пропорции фигур соответствуют золотому сечению. В фасаде древнегреческого храма Парфенона также присутствуют золотые пропорции. В циркуле из древнеримского города Помпеи (музей в Неаполе) также заложены пропорции золотого деления, и т. д. При обсуждении оптимальных соотношений сторон прямоугольников (размеры листов бумаги A0 и кратные, размеры фотопластинок (6:9, 9:12) или кадров фотоплёнки (часто 2:3), размеры кино- и телевизионных экранов — например, 4:3 или 16:9) были испытаны самые разные варианты. Оказалось, что большинство людей не воспринимает золотое сечение как оптимальное и считает его пропорции «слишком вытянутыми».
- Следует отметить, что сама пропорция является скорее эталонным значением, матрицей, отклонения от которой, у биологических видов, вызваны скорее приспосабливанием к окружающей среде в процессе жизни. Примером таких "отклонений" может служить морская камбала.

## 2.1. Примеры сознательного использования

Начиная с Леонардо да Винчи, многие художники сознательно использовали пропорции «золотого сечения». Российский зодчий Жолтовский использовал золотое сечение в своих проектах[6].

Геометрия плана гробницы фараона Древнего Египта Менеса построена с использованием пропорции, которую мы сейчас связываем с золотым сечением[7].

# 3. Золотое сечение в биологии и медицине



*Золотое сечение в природе*

Живые системы также обладают свойствами, характерными для "золотого сечения". Например: пропорции тел, спиральные структуры или параметры биоритмов[8] и др.

## 4. См. также

- Пифагорейский пентакл
- Фибоначчиева система счисления
- Правило третей
- Метод золотого сечения
- Квадратный корень из 5 → Золотое сечение

## 5. Примечания

[1] Golden ratio 1000 digits

[2] Радзюкевич А. В. Красивая сказка о «золотом сечении»

[3] Mario Livio, The Golden Ratio: The Story of Phi, The World's Most Astonishing Number

[4] Devlin's Angle, The Myth That Will Not Go Away

[5] Системы счисления.

[6] Золотой запас зодчества

[7] Стеликов Н. Е. «Гармония древнеегипетской архитектуры.» Горки: БГСХА. 2009, 108 с.

[8] Цветков, В. Д. Сердце, золотое сечение и симметрия. – Пущино: ПНЦ РАН, 1997. – 170 с.

## 6. Литература

- *Аракелян Г. Б.* Математика и история золотого сечения. — М.: Логос, 2014, 404 с. — ISBN 978-5-98704-663-0.
- *Бендукидзе А. Д.* Золотое сечение «Квант» № 8, 1973
- *Васютинский Н. А.* Золотая пропорция. — М.: Молодая гвардия, 1990. — 238[2]с. — (Эврика).
- *Власов В. Г.* Новый энциклопедический словарь изобразительного искусства: В 10 т. — Т.3. — СПб.: Азбука-Классика, 2005. — С.725-732.
- *Власов В. Г.* Искусство России в пространстве Евразии. — Т.3. Классическое искусствознание и «русский мир». — СПб.: Дмитрий Буланин, 2012. — С.156-192.
- *Шмигевский Н. В.* Формула совершенства // Страна знаний. — 2010. — № 4. — С.2-7.
- *Сабанеев Л. Л.* Этюды Шопена в освещении закона золотого сечения. Опыт позитивного обоснования законов формы // Искусство. — 1925. — № 2. — С. 132—145; 1927. — № 2-3. — С. 32-56.
- Муни Витчер — «Нина и Золотое число»
- 

## 7. Ссылки

- *В. С. Белнин*, «Владел ли Платон кодом золотой пропорции? Анализ мифа»
- *А. В. Радзюкевич*, К вопросу о научном изучении пропорций в архитектуре и искусстве.
- *А. В. Радзюкевич*, Критический анализ Адольфа Цейзинга - основоположника гипотезы "золотого сечения".
- *В. Лаврус*, Золотое сечение
- *Статья о золотом сечении в изобразительном искусстве*, Золотое сечение в изобразительном искусстве
- Функция Фибоначчи в Wolfram alpha

# 8. Источники текстов и изображения, авторы и лицензии

## 8.1. Текст

- **Золотое сечение** *Источник:* http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%B5%20%D1%81%D0%B5%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5?oldid=69978353 *Авторы:* Suisui, Ctac, Tosha, Maximaximax, Сибирский Лайка, Nikiforov, Paul Pogonyshev, Maxal, HedgeBot, Ornil, Bes island, Maxim Razin, Snch, YurikBot, Halyavin, SAn, Egor, Mr. Bot, Softy, Zwobot, Roxis, Incnis Mrsi, Alexandrov, Mercury, MaxSem, Sphayros, Vip, ЭфрониУри, Mashiah Davidson, Infovarius, Vadmamed, Qwertic, Rasim, Sasha l, Escarbot, Peacefool, ZsergheiBot, Thijs!bot, Андрей Романенко, EvgenyGenkin, Sergey371, Raoul NK, Jemand, Svetloyar, Soul Train, Alex Smotrov, Veikia, VolkovBot, Pikryukov, TXiKiBoT, RedAndr, Vs64vs, Григорий Ганзбург, Vallombrez, TarzanASG, Elendili, Synthebot, Cantor, SieBot, Broderix, San-ia-Soone, UncleMartin, Jack who built the house, Viplux, Moreorless, Seon, Atr2006, Ausweis, Afr0dizziack, Посторонний, Marhorr, Schetnikov, SolitaryDreamer, DeLZeX, LGB, Sivanov87, YCon, Keinelust sfi, Fractaler, MelancholieBot, Mephistopheies, Климова, Ivan E-One is only one, CarsracBot, Mslm, Michaello, LaaknorBot, Luckas-bot, Nallimbot, Ptbotgourou, Rubinbot, Postoronniy-13, Alexey ND, Yonidebot, ArthurBot, TaBOT-zerem, Avosco, Mosuket, Safmohd, Xqbot, Шуфель, Камень, Radz, DumZiBoT, LucienBOT, Ve7er, X7q, D'ohBot, Tretyak, WindBot, Андрей Куликов, Doktorweber, Ботильда, Zara-arush, ToshaBOT, Sabunero, Maksa, RedBot, TobeBot, Труvvikky, Хомелка, Jurhard, EmausBot, Temi4-hik, Карма2, Drakosh, Shum96, ZéroBot, Centurion198, Bums, El-chupanebrej, Arth, WikitanvirBot, Андрей Перцев 1967, STARSHIP TROOPER, KrBot, MerlIwBot, Gliush, Vagobot, Reinstall, Addaline, Shal.george, Sonic86, AlexanderPletnev, Mihail Haritonov, YFdyh-bot, Tihon Asdop, RotlinkBot, Quaerite, Addbot, SergLyashuk, Kurkvil, Capitolium4025, Ve77er, DimaBot, Karraul8, De Riban5, Citing Bot, StabPlat и Аноним: 182

## 8.2. Изображения

- **Файл:Commons-logo.svg** *Источник:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4a/Commons-logo.svg *Лицензия:* Public domain *Авторы:* This version created by Pumbaa, using a proper partial circle and SVG geometry features. (Former versions used to be slightly warped.) *Художник:* SVG version was created by User:Grunt and cleaned up by 3247, based on the earlier PNG version, created by Reidab.
- **Файл:Fi.svg** *Источник:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/08/Fi.svg *Лицензия:* CC0 *Авторы:* моя работа *Художник:* temi4-hik
- **Файл:Gold&kadr.jpg** *Источник:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/ff/Gold%26kadr.jpg *Лицензия:* Public domain *Авторы:* Transfered from ru.wikipedia *Художник:* Original uploader was Ctac at ru.wikipedia
- **Файл:Nautilus_Section_cut_Logarithmic_spiral.jpg** *Источник:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ed/Nautilus_Section_cut_Logarithmic_spiral.jpg *Лицензия:* CC BY-SA 4.0 *Авторы:* собственная работа *Художник:* Florian Elias Rieser
- **Файл:Penrose_Tiling_(Rhombi).svg** *Источник:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1a/Penrose_Tiling_%28Rhombi%29.svg *Лицензия:* Public domain *Авторы:* собственная работа *Художник:* Inductiveload
- **Файл:Pentagram-phi.svg** *Источник:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/30/Pentagram-phi.svg *Лицензия:* Public domain *Авторы:* Перенесено с en.wikipedia на Викисклад. *Художник:* Jamiemichelle из английский Википедия
- **Файл:Rechteck_GoldenerSchnitt.gif** *Источник:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f1/Rechteck_GoldenerSchnitt.gif *Лицензия:* Public domain *Авторы:* ? *Художник:* ?
- **Файл:Searchtool.svg** *Источник:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/61/Searchtool.svg *Лицензия:* LGPL *Авторы:* http://ftp.gnome.org/pub/GNOME/sources/gnome-themes-extras/0.9/gnome-themes-extras-0.9.0.tar.gz *Художник:* David Vignoni, Ysangkok
- **Файл:Золотое_сечение_Alexey_ND.jpg** *Источник:* https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7c/%D0%97%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%B5_%D1%81%D0%B5%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_Alexey_ND.jpg *Лицензия:* CC BY-SA 3.0 *Авторы:* собственная работа *Художник:* Alexey ND

## 8.3. Лицензия

- Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0